RAPPELS DE LA CLASSE DE SECONDE
(source : lelivrescolaire.fr)

Ensembles de nombres et intervalles

- $\mathbb{N}=\{0\,;1\,;2\,;\cdots\}$: ensemble des entiers naturels.
$\mathbb{Z}=\{\cdots\,;-2\,;-1\,;0\,;1\,;2\,;\cdots\}$: ensemble des entiers relatifs.
$\mathbb{D}=\left\{\frac{a}{10^n},\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } n\in\mathbb{N}\right\}$: ensemble des nombres décimaux.
$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b},\, a\in\mathbb{Z} \text{ et } b\in\mathbb{N}^*\right\}$: ensemble des nombres rationnels.
$\mathbb{R}$: ensemble des nombres réels.
On a : $\mathbb{N}\subset\mathbb{Z}\subset\mathbb{D}\subset\mathbb{Q}\subset\mathbb{R}$. Certains nombres réels ne sont pas rationnels. On dit que ces nombres sont irrationnels.

Exemple 1. -5 est un entier relatif, un nombre décimal, un nombre rationnel et un réel.
$\frac{1}{3}$ est un nombre rationnel et un nombre réel.
Exemple 2. π, $\sqrt{2}$ et $\sin(60°)$ sont des nombres irrationnels.

- Soient a et b deux nombres réels.
$x\in[a\,;b]\Leftrightarrow a\leqslant x\leqslant b$; $x\in]a\,;b[\Leftrightarrow a<x<b$.
$x\in[a\,,+\infty[\Leftrightarrow x\geqslant a$; $x\in]-\infty\,;a]\Leftrightarrow x\leqslant a$.
On définit de même $[a\,;b[$, $]a\,;b]$, $]-\infty\,;a[$ et $]a\,,+\infty[$.

Exemples. $x\in[-2\,;6]\Leftrightarrow -2\leqslant x\leqslant 6$
$x\in]-\infty\,;-2[\Leftrightarrow x<-2$
$x\in[-8\,;-3[\Leftrightarrow -8\leqslant x<-3$

- Soient I et J deux intervalles.
  - L'intersection de I et J, notée $\mathrm{I}\cap\mathrm{J}$, est l'ensemble des réels qui appartiennent à I et à J.
  - La réunion de I et J, notée $\mathrm{I}\cup\mathrm{J}$, est l'ensemble des réels qui appartiennent à I ou à J.

Exemple. $\mathrm{I}=[3\,;8[$ et $\mathrm{J}=]-\infty\,;4[$.
On a : $\mathrm{I}\cup\mathrm{J}=]-\infty\,;8[$ et $\mathrm{I}\cap\mathrm{J}=[3\,;4[$.

- La valeur absolue, d'un nombre réel x, notée $|x|$, est la distance entre x et 0.
La distance entre deux réels a et b est le nombre $|a-b|$.
Si $x\geqslant 0$, alors $|x|=x$. Si $x\leqslant 0$, alors $|x|=-x$.

Exemple. $|-2|=2$
La distance entre -3 et π est
$|(-3)-\pi|=-(-3-\pi)=\pi+3$ puisque $-3-\pi<0$.

Pour s'exercer

1 Déterminer la nature des nombres suivants.
$\sqrt{5}$; $\frac{5}{4}$; $-\frac{50}{10}$ et $\sqrt{9}$.

2 Exprimer les nombres suivants sans la notation valeur absolue.
1. $\left|-\frac{3}{5}\right|$
2. $|\sqrt{2}-3|$
3. $\left|5-\frac{3}{2}\right|$

3 Déterminer la réunion et l'intersection des intervalles I et J suivants.
1. $\mathrm{I}=[-4\,;7[$ et $\mathrm{J}=[1\,;+\infty[$.
2. $\mathrm{I}=]-\infty\,;2[$ et $\mathrm{J}=[2\,;+\infty[$.

4 Exprimer la distance entre les réels 5 et $\frac{13}{2}$ sans la notation valeur absolue.

Calculs numérique et littéral

- Pour tous les nombres réels a et b :
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$;
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

Exemples. $(y+3)^2=y^2+6y+9$
$(2y-7)^2=4y^2-28y+49$
$(x+5)(x-5)=x^2-25$

- Pour tout nombre réel positif a, on a : $(\sqrt{a})^2=a$.
Pour tout nombre réel a, on a : $\sqrt{a^2}=|a|$.
Pour tous réels a et b positifs :
  - $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$;
  - si $b\neq 0$: $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$;
  - $\sqrt{a+b}\leqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

Exemples. $(\sqrt{3})^2=3$ et $\sqrt{(-3)^2}=|-3|=3$.
Si x est un réel strictement positif alors :
$\sqrt{4x}=\sqrt{4}\times\sqrt{x}=2\sqrt{x}$ et $\sqrt{4+x}\leqslant 2+\sqrt{x}$.

Pour s'exercer

5 Développer les expressions algébriques suivantes où $x \in \mathbb{R}$.

1. $(3x-7)^2$
2. $\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{2}{3}\right)$
3. $(x+\sqrt{2})^2$

6 Simplifier les nombres suivants.

1. $\sqrt{\frac{5}{49}}$
2. $\sqrt{5x^2}$ où x est un réel.

7 Factoriser, à l'aide d'identités remarquables, les expressions algébriques suivantes définies sur $\mathbb{R}$.

1. $x^2+14x+49$
2. $9x^2-30x+25$
3. $t^2-\frac{16}{81}$

Résolution d'équations, d'inéquations et de systèmes

- Il existe deux méthodes pour résoudre des systèmes : la méthode par combinaisons linéaires et la méthode par substitution.

Exemple. Le système $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ -2x-y=0 \end{cases}$ a pour solution le couple $(-1\,;2)$.

Pour s'exercer

8 En utilisant la méthode par combinaisons linéaires, résoudre le système suivant.
$\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+6y=-3 \end{cases}$

9 En utilisant la méthode par substitution, résoudre le système suivant.
$\begin{cases} 3y-x=2 \\ 4x-5y=4 \end{cases}$

10 d et d' sont deux droites d'équations respectives $2x-4y=0$ et $7y-4x=-5$. Déterminer le point d'intersection de d et d'.

Fonctions : généralités et variations

- Une fonction f définie sur $\mathcal{D}$ associe, à chaque réel $x \in \mathcal{D}$, un unique réel y, noté $f(x)$.
Il y a trois principaux modes de définition d'une fonction f :
  - son expression $f(x)$ en fonction de x ;
  - un tableau de valeurs ;
  - sa courbe représentative C_f : ensemble des points $\mathrm{M}(x\,;f(x))$.

Exemples. $g(-1)=0$
2 admet pour antécédents 0 et 10 par g.

x	-1	0	5	10
$g(x)$	0	2	3	2

$\mathrm{A}(5\,;3)$ est un point de la courbe C_g.

- f est dite croissante (resp. décroissante) sur $\mathcal{D}$ lorsque, pour tous réels a et b de $\mathcal{D}$ tels que $a \leqslant b$, on a : $f(a) \leqslant f(b)$ (resp. $f(a) \geqslant f(b)$).
f est dite monotone sur $\mathcal{D}$ lorsqu'elle est soit croissante, soit décroissante sur $\mathcal{D}$.

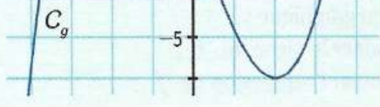
Exemple. La fonction carré est décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.
On a : $-3 \leqslant -1$ donc $f(-3) \geqslant f(-1)$.
La fonction racine carrée est monotone sur $[0\,;+\infty[$.

- On dit que f admet un minimum (resp. un maximum) m (resp. M) sur $\mathcal{D}$ en $x=\alpha$ lorsque, pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(x) \geqslant m$ (resp. $f(x) \leqslant \mathrm{M}$) et $f(\alpha)=m$ (resp. $f(\alpha)=\mathrm{M}$).

Exemple. La fonction carré admet 0 pour minimum sur $\mathbb{R}$, atteint pour $x=0$.
Pour tout réel x, $x^2 \geqslant 0$.

- Soient f et g deux fonctions définies sur un ensemble $\mathcal{D}$. k est un réel. Graphiquement, les solutions de :
  - $f(x) \geqslant k$ sont les abscisses des points de C_f dont l'ordonnée est supérieure ou égale à k ;
  - $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection de C_f et C_g ;
  - $f(x) \geqslant g(x)$ sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus ou sur C_g.

Exemple. $f(x)<2 \Leftrightarrow x \in\,]-2\,;2[$
$f(x) \geqslant g(x) \Leftrightarrow x \in\,]-\infty\,;-1{,}5] \cup [0\,;2]$



Pour s'exercer

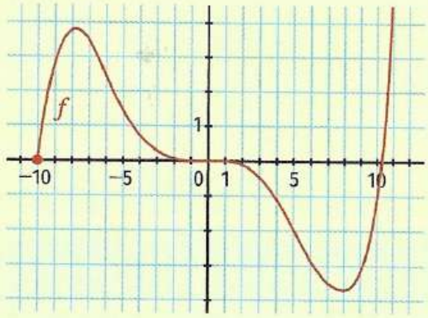
11 On considère le tableau de variations d'une fonction f.

x	$-\infty$		-3		4		7
f		↗	4	↘	-1	↗	3

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Décrire les variations de cette fonction sur $\mathcal{D}$.

12 Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par leur expression $f(x)=x^2$ et $g(x)=2x$. À l'aide de la calculatrice, résoudre $f(x)=g(x)$ et $f(x)\geqslant g(x)$.

13 On considère une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



Décrire les variations de f sur son ensemble de définition et préciser son minimum et son maximum.

14 En utilisant le graphique de l'exercice **13**, résoudre $f(x)=0$ et $f(x)>0$.

Fonctions affines

- Une fonction affine f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$, où m et p sont des nombres réels.

Soient a et b deux réels distincts et $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$ deux points distincts de C_f.

Alors : $m=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ et $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$.

Exemple. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=5x-1$ est une fonction affine.
Son coefficient directeur est $m=5$ et son ordonnée à l'origine est $p=-1$.

- Si $m>0$ (resp. $m<0$), alors f est une fonction strictement croissante (resp. décroissante) sur $\mathbb{R}$.

Exemple. f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=3-5x$ est une fonction affine avec $m=-5<0$. f est donc strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

- Le tableau de signes de f, lorsque $m\neq 0$, est le suivant :

x	$-\infty$		$-\dfrac{p}{m}$		$+\infty$
$mx+p$		Signe de $-m$	0	Signe de m	

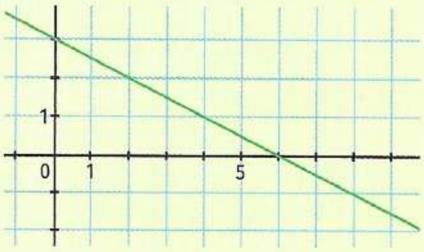
Pour étudier le signe d'un produit ou quotient de deux fonctions affines, on étudiera le signe de chacune des fonctions dans un même tableau de signes et on conclura à l'aide de la propriété des signes d'un produit ou d'un quotient.

Exemple. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=6x-2$.
Voici son tableau de signes :

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{3}$		$+\infty$
$6x-2$		$-$	0	$+$	

Pour s'exercer

15 f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ dont on donne la représentation graphique ci-contre.



À l'aide du graphique :
1. déterminer le signe de f ;
2. déterminer l'expression de f.

16 f est une fonction affine telle que $f(-2)=4$ et $f(3)=5$. Déterminer l'expression de f.

17 Dresser le tableau de signes de la fonction affine f définie par $f(x)=4-7x$.

18 Étudier le signe de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(2x-5)(4-x)$.

Fonctions inverses et cube

- La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.
Sa courbe représentative est une hyperbole.
Voici son tableau de variations :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f	$\searrow$	‖	$\searrow$

Exemples. L'inverse de 3 est $\dfrac{1}{3}$.
L'inverse de $-\dfrac{1}{5}$ est -5.
On a : $2 \leqslant 6$ donc $\dfrac{1}{2} \geqslant \dfrac{1}{6}$.

- La fonction cube est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3$.
f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Exemples. Le cube de -3 est $(-3)^3=-27$
On a : $-1 \leqslant 2$ donc $(-1)^3 \leqslant 2^3$.
$x^3=64$ admet comme unique solution 4 car $4^3=64$.

- Les fonctions inverse et cube sont impaires, c'est-à-dire que, pour tout réel x de l'ensemble de définition de f, $f(-x)=-f(x)$.
Leur courbe représentative dans un repère orthonormé est une courbe symétrique par rapport à l'origine du repère.

Exemples. $\dfrac{1}{-7}=-\dfrac{1}{7}$; $(-5)^3=-(5^3)$

Pour s'exercer

19 Comparer les réels $-\dfrac{1}{5}$ et $-\dfrac{1}{7}$ puis les réels 3^3 et π^3.

20 Résoudre $\dfrac{1}{x}=-3$ et $x^3=-125$.

21 f est définie sur $\mathbb{R}^*$par $f(x)=-2x^3+\dfrac{2}{x}$.
Montrer que f est une fonction impaire.

22 Résoudre $\dfrac{1}{x} \geqslant 5$ et $x^3<27$.

Fonctions carré et racine carrée

- La fonction carré est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$.
Sa courbe représentative est une parabole.
f est décroissante sur $]-\infty\,;0]$ et croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Exemples. Le carré de 2 est $2^2=4$.
Le carré de -3 est $(-3)^2=9$.
On a : $-4 \leqslant -3$ donc $(-4)^2 \geqslant (-3)^2$.

- La fonction carré est paire : pour tout réel x, $f(-x)=f(x)$.
Sa courbe représentative dans un repère orthonormé est une courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Exemple. $(-5)^2=5^2$

- Pour tout réel positif x, la racine carrée de x est le nombre positif, noté $\sqrt{x}$, tel que $(\sqrt{x})^2=x$.
La fonction racine carrée est définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x)=\sqrt{x}$.
f est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.

Exemples. La racine carrée de 9 est 3.
La racine carrée de -3 n'existe pas.
On a : $2<7$ donc $\sqrt{2}<\sqrt{7}$.

- Soit a un nombre réel.
On considère l'équation $x^2=a$. Alors :
  - si $a<0$, l'équation n'a pas de solution ;
  - si $a=0$, l'équation a pour unique solution $x=0$;
  - si $a>0$, l'équation a deux solutions : $x=-\sqrt{a}$ et $x=\sqrt{a}$.

On considère l'inéquation $x^2 \leqslant a$. Alors :
  - si $a<0$, l'inéquation n'a pas de solution ;
  - si $a=0$, l'inéquation a pour unique solution $x=0$;
  - si $a>0$, l'ensemble des solutions est l'intervalle $[-\sqrt{a}\,;\sqrt{a}]$.

Exemples. $x^2=16$ admet deux solutions -4 et 4.
$x^2=-2$ n'admet pas de solution réelle.
$x^2=0$ admet comme unique solution 0.
$x^2<16 \Leftrightarrow x\in\,]-4\,;4[$.
$x^2 \leqslant -1$ n'admet pas de solution réelle.
$x^2 \geqslant 3 \Leftrightarrow x\in\,]-\infty\,;-\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3}\,;+\infty[$.
$x^2 \geqslant -2 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Pour s'exercer

23 Comparer.

1. $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ et 2^2. 2. $\sqrt{5}$ et $\sqrt{\pi}$.

24 Résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $\sqrt{x}=-2$ 2. $\sqrt{x}=4$ 3. $x^2=7$

25 f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4-3x^2$.
Montrer que f est une fonction paire.

26 Résoudre dans $\mathbb{R}^*$.

1. $\sqrt{x}>-2$ 2. $x^2\leqslant 5$ 3. $x^2>25$

Repérage dans le plan

- Dans un repère $(O\,;I\,,J)$, on considère les points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$. Les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$ sont $\left(\frac{x_A+x_B}{2}\,;\frac{y_A+y_B}{2}\right)$.

Exemple. On considère les points $A(1\,;-3)$ et $B(-2\,;5)$. Les coordonnées de I, milieu de $[AB]$, sont alors $\left(\frac{1-2}{2}\,;\frac{-3+5}{2}\right)$ soit $(-0{,}5\,;1)$.

- Dans un repère orthonormé du plan, la distance entre deux points A et B du plan, de coordonnées respectives $(x_A\,;y_A)$ et $(x_B\,;y_B)$, est donnée par : $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$.

Exemple. On considère les points $A(1\,;-3)$ et $B(-2\,;5)$. La distance AB est égale à :
$\sqrt{(1-(-2))^2+(-3-5)^2}=\sqrt{3^2+(-8)^2}=\sqrt{73}$.

- Trois points distincts du plan A, B et C sont alignés dans cet ordre si et seulement si $AC=AB+BC$.

Exemple. Les points $A(-2\,;-2)$, $B(3\,;1)$ et $C(8\,;4)$ sont alignés dans cet ordre car :

$AC=\sqrt{(8-(-2))^2+(4-(-2))^2}=\sqrt{100+36}$
$=\sqrt{136}=2\sqrt{34}$

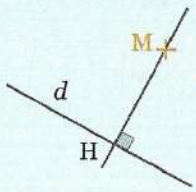
$AB=\sqrt{(3-(-2))^2+(1-(-2))^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$

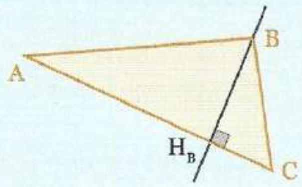
$BC=\sqrt{(8-3)^2+(4-1)^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$.

Donc $AC=AB+BC$.

- Le projeté orthogonal du point M sur une droite d est le point de la droite d le plus proche du point M. Ce point H est tel que d est perpendiculaire à (MH).
On appelle hauteur issue de B d'un triangle ABC, la droite passant par B et H_B, le projeté orthogonal de B sur (AC).

Exemple.





Pour s'exercer

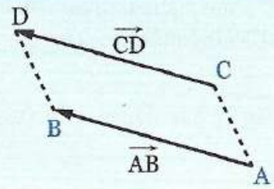
27 1. Placer les points $A(-2\,;-2)$ et $B(4\,;0)$ dans un repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$ du plan.
2. Calculer les coordonnées de I, milieu de $[AB]$.
3. Vérifier, par lecture graphique, ce résultat.
4. Vérifier, par le calcul, que les points A, I et B sont alignés dans cet ordre.

28 On considère les points $A(6\,;5)$, $B(2\,;-3)$ et $C(-4\,;0)$ dans un repère orthonormé $(O\,;I\,,J)$ du plan.
1. Calculer les nombres AB^2, BC^2 et AC^2.
2. En déduire la nature du triangle ABC.
3. En déduire le pied de la hauteur issue de A dans ABC.
4. Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC.

Vecteurs dans le plan

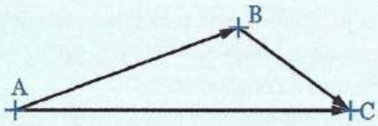
- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par une direction (celle de la droite (AB)), un sens (de A vers B) et une norme (la longueur AB). La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ associe à tout point C du plan l'unique point D tel que $ABDC$ est un parallélogramme.
Le vecteur $-\overrightarrow{AB}$ est le vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$: on le note aussi $\overrightarrow{BA}$.

Exemple.



- Pour tous points A, B, C et D du plan, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles) et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow ABDC$ est un parallélogramme.

Exemple.



- On considère les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$.

On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u+w}$ sont $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.

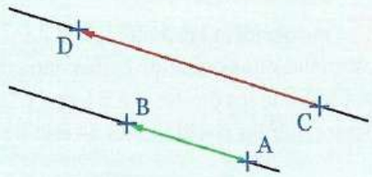
Exemple. On considère les points $A(-2\,;\,0)$ et $B(1\,;\,4)$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} 1-(-2) \\ 4-0 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, donc celles de $\overrightarrow{AB}+\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} 3-2 \\ 4+2 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

- Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires lorsqu'il existe un réel λ tel que $\vec{u}=\lambda\vec{w}$. Ces vecteurs ont alors la même direction. De plus, ils sont colinéaires si et seulement si leur déterminant $xy'-x'y$ est nul. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Exemple. $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ sont colinéaires car $\vec{w}=-3\vec{u}$.
Leur déterminant est bien égal à 0 car
$2\times 9-(-3)\times(-6)=18-18=0$.

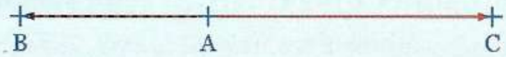
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exemple.



- Les points A, B et C, distincts deux à deux, sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

Exemple.



Pour s'exercer

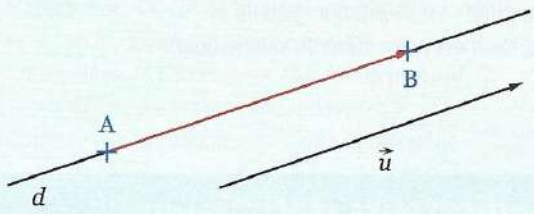
29 **1.** Construire un triangle ABC quelconque.
2. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
3. Simplifier l'expression vectorielle $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$.
4. Construire un vecteur $\vec{u}$ tel que $\vec{u}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$.

30 Soient $A(2\,;\,6)$, $B(8\,;\,2)$, $C(3\,;\,2)$, $D(6\,;\,0)$ et $E(18\,;\,-8)$ cinq points dans un repère orthonormé.
1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Les points C, D et E sont-ils alignés ? Justifier.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BE}$.

Équations de droite

- Une droite d peut être définie par :
  - un de ses vecteurs directeurs $\vec{u}$ tel que $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ où A et B sont deux points distincts de d ;
  - une équation cartésienne $ax+by+c=0$ où a, b et c sont des réels.

Exemple.

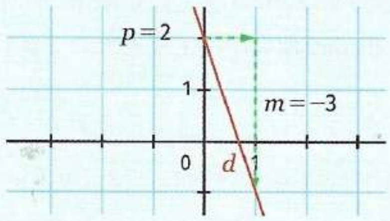


- Le vecteur $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax+by+c=0$.

Exemple. La droite d'équation $3x-y+2=0$ admet pour vecteur directeur le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- Toute droite d non parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$ où m est le coefficient directeur et p l'ordonnée à l'origine.
Le coefficient directeur d'une droite (AB) non parallèle à l'axe des ordonnées, avec $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$, est $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Exemple.



- Deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont sécantes si et seulement si $ab' - a'b \neq 0$. Sinon elles sont strictement parallèles ou confondues.

Exemple. Les droites d'équations respectives $3x - y = 0$ et $-8x + 3y + 5 = 0$ sont sécantes car $3 \times 3 - (-1) \times (-8) = 1 \neq 0$.

- Si deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont sécantes, alors leur point d'intersection a pour coordonnées le couple solution du système formé par les deux équations.

Exemple. Le point d'intersection des droites de l'exemple précédent a pour coordonnées le couple solution du système $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ -8x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$ soit $(-5\,;\,-15)$.

Pour s'exercer

31 On considère les points $A(4\,;\,3)$, $B(-2\,;\,0)$, $C(0\,;\,2)$ et $D(1\,;\,-2)$.
1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) et l'équation réduite de la droite (CD).
2. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.
3. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

Informations chiffrées

- Une évolution de t % correspond au coefficient multiplicateur $CM = 1 + \dfrac{t}{100}$ qui permet de passer de la valeur de départ $V_D \neq 0$ à la valeur d'arrivée V_A : $V_A = \left(1 + \dfrac{t}{100}\right)V_D$. Ainsi : $t = \dfrac{V_A - V_D}{V_D} \times 100$.

Exemple. Une chemise coûtant 40 € subit une baisse de 15 %. Elle coûte maintenant $\left(1 - \dfrac{15}{100}\right) \times 40 = 0{,}85 \times 40 = 34$ €.

- Le coefficient multiplicateur global CM de deux évolutions successives t_1 et t_2 de coefficients multiplicateurs respectifs CM_1 et CM_2 est : $CM = CM_1 \times CM_2$.

Exemple. Cette même chemise subit ensuite une hausse de 20 %. Le coefficient multiplicateur global est : $0{,}85\left(1 + \dfrac{20}{100}\right) = 0{,}85 \times 1{,}2 = 1{,}02 = 1 + 0{,}02$, soit une hausse globale de 2 %.

Pour s'exercer

32 Un salaire de 1500 € a augmenté de 20 % puis a baissé de 5 %.
1. Quelle est l'évolution globale ?
2. Quel est le montant du salaire final ?

33 Les effectifs d'un lycée sont passés de 900 à 990 élèves.
1. Quelle évolution ont-ils subie ?
2. Quelle évolution permettrait ensuite de résorber cette hausse ? (Exprimer la réponse en % arrondi au dixième.)

Indicateurs statistiques

- Les indicateurs statistiques se calculent rapidement avec la calculatrice en entrant les valeurs dans des listes.
Toutefois, la moyenne d'une série statistique $\{x_1\,;\,x_2\,;\,\ldots\,;\,x_p\}$ de p valeurs pondérées par les effectifs $\{n_1\,;\,n_2\,;\,\ldots\,;\,n_p\}$ se calcule à partir de la formule : $\overline{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + \ldots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \ldots + n_p}$.

Exemple. La moyenne de la série

x_i	0	2	5	10
n_i	8	5	4	3

est : $\overline{x} = \dfrac{8 \times 0 + 5 \times 2 + 4 \times 5 + 3 \times 10}{8 + 5 + 4 + 3} = 3$.

- L'écart-type mesure la dispersion autour de la moyenne, il se calcule avec la formule :

$$\sigma=\sqrt{\frac{n_1(x_1-\overline{x})^2+n_2(x_2-\overline{x})^2+\ldots+n_p(x_p-\overline{x})^2}{n_1+n_2+\ldots+n_p}}.$$

Exemple. Dans l'exemple précédent, l'écart-type est :

$$\sigma=\sqrt{\frac{8(0-3)^2+5(2-3)^2+4(5-3)^2+3(10-3)^2}{8+5+4+3}}$$
$$\approx 3{,}5.$$

Pour s'exercer

34 Déterminer la moyenne, l'écart-type, la médiane et l'écart interquartile de la série ci-contre.

Valeur	1	3	4	5	10	13
Effectif	2	3	1	4	5	5

Probabilités

- L'univers d'une expérience aléatoire est l'ensemble des issues possibles. On associe à celles-ci des probabilités dont la somme vaut 1.
Toute probabilité est un nombre compris dans l'intervalle $[0\,;1]$.
On parle d'équiprobabilité quand toutes les probabilités des issues sont égales.

Exemple. On lance un dé cubique et on lit le numéro de la face supérieure.
L'univers est donc $\{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$.
Les probabilités de ces six issues sont toutes égales à $\frac{1}{6}$.

- Un événement est un ensemble d'issues. Sa probabilité est la somme des probabilités des issues le composant.
L'événement impossible a pour probabilité 0.
L'événement certain a pour probabilité 1.

Exemple. Dans l'expérience ci-dessus, la probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair » vaut $3\times\frac{1}{6}=0{,}5$. « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un événement impossible. « Obtenir un nombre inférieur à 7 » est un événement certain.

- L'événement complémentaire $\overline{\mathrm{A}}$ est l'ensemble des issues que ne réalisent pas l'événement A. Sa probabilité est $\mathrm{P}(\overline{\mathrm{A}})=1-\mathrm{P}(\mathrm{A})$.

Exemple. L'événement complémentaire de « obtenir un nombre pair » est l'événement « obtenir un nombre impair ». Sa probabilité est $1-0{,}5=0{,}5$.

- $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}$ est l'ensemble des issues qui réalisent les événements A et B à la fois. On l'appelle intersection de A et B. Si $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=0$, on dit que les événements A et B sont incompatibles. Dans ce cas, $\mathrm{A}\cap\mathrm{B}=\emptyset$.
$\mathrm{A}\cup\mathrm{B}$ est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B (au moins l'un des deux). On l'appelle union de A et B.
On a la formule $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})=\mathrm{P}(\mathrm{A})+\mathrm{P}(\mathrm{B})-\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$.

Exemple. Dans une classe de 34 élèves, 16 sont en option sport, 12 en option latin dont 4 qui sont inscrits aux deux. La probabilité de choisir au hasard un élève inscrit en option latin (événement L) ou en option sport (S) est :

$$\mathrm{P}(\mathrm{L}\cup\mathrm{S})=\mathrm{P}(\mathrm{L})+\mathrm{P}(\mathrm{S})-\mathrm{P}(\mathrm{L}\cap\mathrm{S})$$
$$=\frac{12}{34}+\frac{16}{34}-\frac{4}{34}=\frac{24}{34}.$$

Pour s'exercer

35 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à sa valeur.
1. Donner l'univers associé à cette expérience aléatoire.
2. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
3. Quelle est la probabilité de tirer un as ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une figure ?

36 On fait tourner une roue partagée en cinq secteurs de même section angulaire. Trois d'entre eux sont blancs numérotés de 1 à 3. Les deux autres sont rouges numérotés de 1 à 2. On s'intéresse à leur couleur et au numéro sur lequel on tombe lorsqu'on fait tourner cette roue.
1. Donner un exemple d'événement impossible.
2. Donner un exemple d'événement certain.
3. Donner un exemple d'événements incompatibles.

37 Sur une classe de terminale de 32 élèves, quatre d'entre eux n'ont pas obtenu le bac. Six élèves ont reçu un avis défavorable du conseil de classe et, parmi eux, deux n'ont pas obtenu le bac. On tire au sort un élève de cette classe. Calculer la probabilité :
1. qu'il ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable ;
2. qu'il ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable.

38 On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100.
On considère les événements suivants :
A : « le nombre choisi est le carré d'un entier » ;
B : « le nombre choisi est le cube d'un entier ».
1. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?
2. Calculer $\mathrm{P}(\mathrm{A})$, $\mathrm{P}(\mathrm{B})$, $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})$ et enfin $\mathrm{P}(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$.

CORRIGÉS DES EXERCICES

EXERCICE 1

$\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

$\frac{5}{4} = 1,25 \in \mathbb{D}$ donc $\frac{5}{4}$ appartient également à $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.

$-\frac{50}{10} = -5 \in \mathbb{Z}$ donc $\frac{5}{4}$ appartient également à $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.

$\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$ donc $\frac{5}{4}$ appartient également à $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2

On a $-\frac{3}{5} < 0$ donc $\left|-\frac{3}{5}\right| = -\left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5}$.

On a $\sqrt{2} - 3 < 0$ donc $\left|\sqrt{2} - 3\right| = -\left(\sqrt{2} - 3\right) = 3 - \sqrt{2}$.

On a $5 - \frac{3}{2} > 0$ donc $\left|5 - \frac{3}{2}\right| = 5 - \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$.

EXERCICE 3

1) $I \cup J = \left[-4; +\infty\right[$ et $I \cap J = \left[1;7\right[$

2) $I \cup J = \mathbb{R}$ et $I \cap J = \varnothing$

EXERCICE 4

On a $\frac{13}{2} > 5$ donc $d\left(5; \frac{13}{2}\right) = \frac{13}{2} - 5 = \frac{3}{2}$.

EXERCICE 5

1) Pour tout réel x, $(3x-7)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = 9x^2 - 42x + 49$.

2) Pour tout réel x, $\left(x - \frac{2}{3}\right)\left(x + \frac{2}{3}\right) = x^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{4}{9}$.

3) Pour tout réel x, $\left(x + \sqrt{2}\right)^2 = x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$.

EXERCICE 6

1) $\sqrt{\frac{5}{49}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{49}} = \frac{\sqrt{5}}{7}$

2) Pour tout réel x, $\sqrt{5x^2} = \sqrt{5}\,|x|$.

EXERCICE 7

1) Pour tout réel x, $x^2 + 14x + 49 = x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2 = (x+7)^2$.

2) Pour tout réel x, $9x^2 - 30x + 25 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = (3x-5)^2$.

3) Pour tout réel t, $t^2 - \frac{16}{81} = t^2 - \left(\frac{4}{9}\right)^2 = \left(t - \frac{4}{9}\right)\left(t + \frac{4}{9}\right)$.

EXERCICE 8

$$\begin{cases} 5x+3y=4 \\ -2x+6y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\times(5x+3y)=-2\times 4 \\ -2x+6y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x-6y=-8 \\ -2x+6y=-3 \end{cases}$$

En additionnant membres à membres les deux équations, on obtient $-12x=-11$, d'où $x=\frac{11}{12}$.

Ainsi, $-2\times\frac{11}{12}+6y=-3$, d'où $y=-\frac{7}{36}$.

Par conséquent, le couple $(x;y)=\left(\frac{11}{12};-\frac{7}{36}\right)$ est solution du système.

EXERCICE 9

$$\begin{cases} 3y-x=2 \\ 4x-5y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-2 \\ 4(3y-2)-5y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y-2 \\ 7y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{22}{7} \\ y=\frac{12}{7} \end{cases}$$

Le couple $(x;y)=\left(\frac{22}{7};\frac{12}{7}\right)$ est solution du système.

EXERCICE 10

$$\begin{cases} 2x-4y=0 \\ 7y-4x=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ 7y-4\times(2y)=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ -y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$$

Le point d'intersection a pour coordonnées $(10;5)$.

EXERCICE 11

1) $D=\left]-\infty;7\right]$

2) La fonction f est strictement croissante sur $\left]-\infty;-3\right]$ puis strictement décroissante sur $\left[-3;4\right]$ et enfin strictement croissante sur $\left[4;7\right]$.

EXERCICE 12

On lit sur le graphe de la calculatrice que les solutions de $f(x)=g(x)$ sont les réels $x=0$ et $x=2$.
On lit sur le graphe de la calculatrice que les solutions de $f(x)\geq g(x)$ sont les réels $x\in\left]-\infty;0\right]\cup\left[2;+\infty\right[$.

EXERCICE 13

La fonction f est strictement croissante sur $\left[-10;-8\right]$ puis strictement décroissante sur $\left[-8;8\right]$ et enfin strictement croissante sur $\left[8;+\infty\right[$.

On peut, vue la qualité du graphique, voir une constance sur l'intervalle $\left[-1;1\right]$

EXERCICE 14

En partant du principe que les variations lues sont celles énoncées au début de l'exercice 13 :
On lit sur le graphique que les solutions de $f(x)=0$ sont les réels $x=-10$, $x=0$ et $x\simeq 10,2$.
On lit sur le graphique que les solutions de $f(x)>0$ sont les réels $x\in\left]-10;0\right[\cup\left]10,2;+\infty\right[$.

EXERCICE 15

1) On lit sur le graphique que f est positive sur $\left]-\infty;6\right]$ et négative sur $\left[6;+\infty\right[$.

2) On lit $m = -\frac{1}{2}$ et $p = 3$ donc pour tout réel x, $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$.

EXERCICE 16

f est une fonction affine donc elle admet une expression de la forme $f(x) = mx + p$.
D'une part, $m = \frac{f(3) - f(-2)}{3-(-2)} = \frac{5-4}{5} = \frac{1}{5}$.
D'autre part, $f(3) = 5$ donc $\frac{1}{5} \times 3 + p = 5$, d'où $p = \frac{22}{5}$.
Donc pour tout réel x, $f(x) = \frac{1}{5}x + \frac{22}{5}$.

EXERCICE 17

x	$-\infty$		$\frac{4}{7}$		$+\infty$
$4-7x$		$+$	0	$-$	

$4-7x \geq 0 \Leftrightarrow -7x \geq -4$
$\Leftrightarrow x \leq \frac{4}{7}$

EXERCICE 18

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		4		$+\infty$
$2x-5$		$-$	0	$+$		$+$	
$4-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x-5)(4-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$2x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$
$4-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$

EXERCICE 19

On a $-7 < -5 < 0$ donc, par stricte décroissance de la fonction inverse sur $]-\infty\,;0[$, $\frac{1}{-7} > \frac{1}{-5}$.
Par conséquent, $-\frac{1}{7} > -\frac{1}{5}$.

On a $3 < \pi$ donc, par stricte croissance de la fonction cube sur $\mathbb{R}$, $3^3 < \pi^3$.

EXERCICE 20

$\frac{1}{x} = -3$ équivaut à $x = \frac{1}{-3}$ donc à $x = -\frac{1}{3}$ $\qquad S = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$
$x^3 = -125$ équivaut à $x^3 = (-5)^3$ donc à $x = -5$ $\qquad S = \{-5\}$

EXERCICE 21

Pour tout réel $x \neq 0$, $f(-x) = -2 \times (-x)^3 + \frac{2}{-x} = -2 \times \left(-x^3\right) - \frac{2}{x} = 2x^3 - \frac{2}{x} = -f(x)$.

Donc f est une fonction impaire.

EXERCICE 22

$\frac{1}{x} \geq 5$ équivaut à $0 < x \leq \frac{1}{5}$. $\qquad S = \left]0;\frac{1}{5}\right]$
$x^3 < 27$ équivaut à $x < 3$. $\qquad S =]-\infty\,;3[$

EXERCICE 23

1) On a $0 \leq \frac{1}{2} < 2$ donc, par stricte croissance de la fonction carré sur $[0; +\infty[$, $\left(\frac{1}{2}\right)^2 < 2^2$.

2) On a $0 \leq \pi < 5$ donc, par stricte croissance de la fonction racine carrée sur $[0; +\infty[$, $\sqrt{\pi} < \sqrt{5}$.

EXERCICE 24

1) Aucun réel n'est solution de $\sqrt{x} = -2$ car une racine carrée est une valeur positive. $S = \varnothing$

2) $\sqrt{x} = 4$ équivaut à $x = 4^2$ donc à $x = 16$. $S = \{16\}$

3) $x^2 = 7$ équivaut à $x = -\sqrt{7}$ ou $x = \sqrt{7}$. $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$

EXERCICE 25

Pour tout réel x, $f(-x) = 4 - 3 \times (-x)^2 = 4 - 3x^2 = f(x)$.

Donc f est une fonction paire.

EXERCICE 26

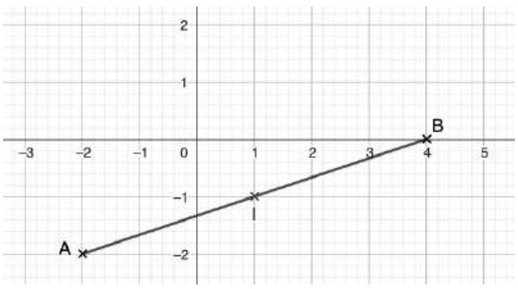
1) Tous les réels positifs sont solutions de $\sqrt{x} > -2$. $S = [0; +\infty[$

2) $x^2 \leq 5$ équivaut à $-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$. $S = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$

3) $x^2 > 25$ équivaut à $x < -\sqrt{25}$ ou $x > \sqrt{25}$, donc à $x < -5$ ou $x > 5$. $S =]-\infty; -5[\cup]5; +\infty[$

EXERCICE 27

1)



2) On a $\frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-2+4}{2} = 1$ et $\frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2+0}{2} = -1$ donc le milieu I de $[AB]$ a pour coordonnées $(1; -1)$.

3) Voir graphique

4) On a : $AB = \sqrt{(4-(-2))^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AI = \sqrt{(1-(-2))^2 + (-1-(-2))^2} = \sqrt{10}$

$IB = \sqrt{(4-1)^2 + (0-(-1))^2} = \sqrt{10}$

Donc $AB = AI + IB$ et les points A, I, B sont alignés dans cet ordre.

EXERCICE 28

1) On a : $AB^2 = (2-6)^2 + (-3-5)^2 = 80$

$BC^2 = (-4-2)^2 + (0-(-3))^2 = 45$

$AC^2 = (-4-6)^2 + (0-5)^2 = 125$

2) On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc le triangle ABC est rectangle en B.

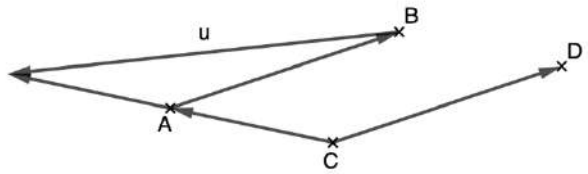
3) On a $(BA) \perp (BC)$ donc B est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.

4) $P_{ABC}=AB+BC+AC=\sqrt{80}+\sqrt{45}+\sqrt{125}=4\sqrt{5}+3\sqrt{5}+5\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

$A_{ABC}=\dfrac{AB\times BC}{2}=\dfrac{\sqrt{80}\times\sqrt{45}}{2}=\dfrac{4\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}}{2}=30$

EXERCICE 29

1)2)4)



3) D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

EXERCICE 30

1) D'une part, $x_B-x_A=8-2=6$ et $y_B-y_A=2-6=-4$ donc le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(6;-4)$.
D'autre part, $x_D-x_C=6-3=3$ et $y_D-y_C=0-2=-2$ donc le vecteur $\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $(3;-2)$.
Comme $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{CD}$, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
Par conséquent, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2) On a $\overrightarrow{CD}(3;-2)$ et $\overrightarrow{DE}(12;-8)$.
Comme $\overrightarrow{DE}=4\overrightarrow{CD}$, les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
Par conséquent, les points C, D, E sont alignés.

3) On a $\overrightarrow{CD}(3;-2)$ et $\overrightarrow{BE}(10;-10)$ donc le vecteur $\vec{u}$ a pour coordonnées $(3+10;-2+(-10))$, soit $(13;-12)$.

EXERCICE 31

1) Le vecteur $\overrightarrow{AB}(-6;-3)$ est directeur de la droite (AB).
Méthode 1
Une équation cartésienne de la droite (AB) est de la forme $-3x+6y+c=0$.
De plus, $A\in(AB)\Leftrightarrow -3x_A+6y_A+c=0\Leftrightarrow c=3\times 4-6\times 3=-6$.
Donc une équation cartésienne de (AB) est $-3x+6y-6=0$.

Méthode 2
Soit $M(x;y)$ un point du plan.

$M\in(AB) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}(x-4;y-3)$ et $\overrightarrow{AB}(-6;-3)$ sont colinéaires

$\Leftrightarrow (x-4)\times(-3)-(y-3)\times(-6)=0$

$\Leftrightarrow -3x+12+6y-18=0$

$\Leftrightarrow -3x+6y-6=0$

Donc une équation cartésienne de (AB) est $-3x+6y-6=0$.

Remarque : l'équation $-3x+6y-6=0$ est équivalente à $x-2y+2=0$ dont les coefficients sont plus faciles à manipuler.

La droite (CD) a pour coefficient directeur $m=\dfrac{y_D-y_C}{x_D-x_C}=\dfrac{-2-2}{1-0}=-4$.
L'équation réduite de (CD) est de la forme $y=-4x+p$.

De plus, $C\in(CD)\Leftrightarrow y_C=-4x_C+p\Leftrightarrow p=2+4\times 0=2$.
Donc l'équation réduite de (CD) est $y=-4x+2$.

2) Une équation cartésienne de (AB) est $-3x+6y-6=0$.

Une équation cartésienne de (CD) est $4x+y-2=0$.

On a $-3\times 1-4\times 6=-27(\neq 0)$ donc les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

3) $\begin{cases}-3x+6y-6=0\\4x+y-2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2y+2=0\\y=-4x+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2(-4x+2)+2=0\\y=-4x+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}9x-2=0\\y=-4x+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{2}{9}\\y=\dfrac{10}{9}\end{cases}$

Le point d'intersection des droites (AB) et (CD) a pour coordonnées $\left(\dfrac{2}{9};\dfrac{10}{9}\right)$.

EXERCICE 32

1) Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 20% est 1,2.
Celui correspondant à une baisse de 5% est 0,95.

Le coefficient multiplicateur global est donc égal à $1,2\times 0,95=1,14$.
Par conséquent, l'évolution globale est une hausse de 14%.

2) Le salaire final est de $1,14\times 1500=1710$ €.

EXERCICE 33

1) $\dfrac{990-900}{900}\times 100=\dfrac{90}{900}\times 100=10$

L'évolution est une hausse de 10%.

2) Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 10% est 1,1.

$\dfrac{1}{1,1}\simeq 0,909$

L'évolution réciproque est une baisse d'environ 9,1%.

EXERCICE 34

$\bar{x}=\dfrac{2\times 1+3\times 3+1\times 4+4\times 5+5\times 10+5\times 13}{2+3+1+4+5+5}=\dfrac{150}{20}=7,5$

$\sigma=\sqrt{\dfrac{2(1-7,5)^2+3(3-7,5)^2+(4-7,5)^2+4(5-7,5)^2+5(10-7,5)^2+5(13-7,5)^2}{20}}=\sqrt{\dfrac{365}{20}}=\dfrac{\sqrt{73}}{2}\simeq 4,272$

L'effectif total de la série est pair (20) donc la médiane est la demie-somme des valeurs de rangs 10 et 11 sur la série rangée par ordre croissant.

Ainsi, $Me=\dfrac{5+10}{2}=7,5$.

$\dfrac{20}{4}=5$ donc le premier quartile est la valeur de rang 5 sur la série rangée par ordre croissant.

Ainsi, $Q_1=3$.

$3\times\dfrac{20}{4}=15$ donc le troisième quartile est la valeur de rang 15 sur la série rangée par ordre croissant.

Ainsi, $Q_3=10$.

EXERCICE 35

1) $\Omega=\{7;8;9;10;Valet;Dame;Roi;As\}$

2) Il s'agit d'une situation d'équiprobabilité car il y a le même nombre de cartes (4) de chaque valeur dans un jeu de 32 cartes.

3) On considère l'événement A : « La carte tirée est un as ».

$p(A) = \frac{1}{8}$

4) On considère l'événement F : « La carte tirée est une figure ». *Les figures sont les valets, les dames et les rois.*

$p(F) = \frac{3}{8}$

EXERCICE 36

1) L'événement « Le secteur est vert » est impossible.
2) L'événement « Le secteur est rouge ou blanc » est certain.
3) Les événements « Le secteur est rouge » et « Le secteur porte le numéro 3 » sont incompatibles.

EXERCICE 37

On considère les événements E : « L'élève échoue au Bac » et D : « L'élève a reçu un avis défavorable » et on construit le tableau d'effectifs ci-dessous :

	D	$\overline{D}$	TOTAL
E	2	2	4
$\overline{E}$	4	24	28
TOTAL	6	26	32

1) $p(E \cup D) = \frac{4+2+2}{32} = \frac{1}{4}$

La probabilité que l'élève ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable est de 0,25.

2) $p(\overline{E} \cap \overline{D}) = 1 - p(E \cup D) = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

La probabilité que l'élève ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable est de 0,75.

EXERCICE 38

1) Non car l'entier 1 est à la fois le carré de 1 et le cube de 1 (*64 est un autre contre-exemple*).

2) Parmi les entiers entre 1 et 100, les carrés sont : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100
Parmi les entiers entre 1 et 100, les cubes sont : 1 ; 8 ; 27 ; 64

$p(A) = \frac{10}{100} = 0,1$

$p(B) = \frac{4}{100} = 0,04$

$p(A \cap B) = \frac{2}{100} = 0,02$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,1 + 0,04 - 0,02 = 0,12$