1ère Mathématiques

Exercices de préparation de la 2nde vers la 1ère spécialité Mathématiques

Chapitre 1 Calcul littéral

Partie A : Développer

Exercice 1
Dans chaque cas, développer et réduire.
$A = 8(-2x + 9)$
$B = (x + 2)(x - 3)$
$C = (-3x + 7)(4x - 1)$
$D = (-3x + 1)(-5x + 2)$

Exercice 2
$A = (x + 4)^2$
$B = (-2x + 4)^2$
$C = (x - 10)^2$
$D = (2x - 10)^2$
$E = (-10x - 2)^2$
$F = (10x - 2)(10x + 2)$

Partie B : Factoriser

Exercice 3
Repérer un facteur commun et factoriser
$A = 28x - 21$
$B = -4x^2 + 18x$
$C = x(x - 1) + 2(x - 1)$
$D = -x(x + 3) + 4(x + 3)$

Exercice 4
Démontrer que pour tout nombre réel x :

a. $-6x - 9 = -3(2x + 3)$
b. $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = 2x(2x + 3)$

Exercice 5
Dans chaque cas, factoriser.
$A = y^2 - 10y + 25$
$B = y^2 + 10y + 25$
$C = y^2 - 49$
$D = 4x^2 - 36$
$E = 36x^2 - 12x + 1$
$F = 20 - 5x^2$

Exercice 6
Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un unique quotient (x est un nombre réel non nul).

$A = \frac{4}{x} + \frac{2x + 1}{3x}$ $\qquad$ $B = 3x - \frac{2x + 1}{3x}$

Chapitre 2 Equation, inéquation

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

$a.\quad (7x+14)(-x-3)=0$ $\quad b.\quad x^2-16=0$ $\quad c.\quad 4x^2=9$ $\quad d.\quad x(x+1)(1-2x)=0$

Exercice 2

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x-5)^2-36$ $\quad(\mathbf{1})$

1. Prouver que pour tout nombre réel x :
   a. $f(x)=x^2-10x-11$ $\quad(\mathbf{2})$
   b. $f(x)=(x-11)(x+1)$ $\quad(\mathbf{3})$

2. Résoudre chaque équation en utilisant celle des formes $(\mathbf{1})$, $(\mathbf{2})$ ou $(\mathbf{3})$ qui est la plus adaptée.
   $a.\quad f(x)=0$ $\quad b.\quad f(x)=-36$ $\quad c.\quad f(x)=\ -11$

Exercice 3

a. Recopier et compléter le tableau de signes suivant, sans omettre les zéros.

x	$-\infty$		1		$\dots$		$+\infty$
$2x-5$		$\dots$		$\dots$	0	$\dots$	
$-x+1$		$\dots$	0	$\dots$		$\dots$	
$(2x-5)(-x+1)$		$\dots$		$\dots$		$\dots$	

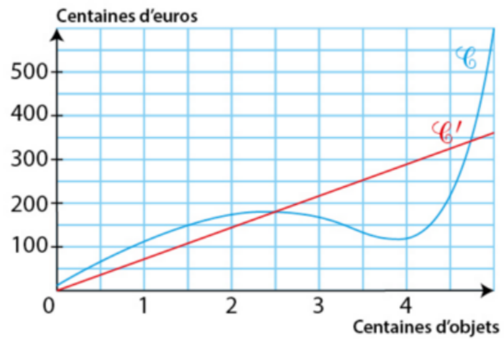
b. Ecrire une inéquation qui peut être résolue grâce à ce tableau et donner son ensemble des solutions.

Chapitre 3 Généralités sur les fonctions

Exercice 1

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Dans le repère ci-contre, on a modélisé la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction coût total de production C et celle $\mathcal{C}'$ de la fonction recette R.

On rappelle que la fonction bénéfice notée B *associe à chaque centaine d'objets la différence entre la recette et le coût de production correspondants.*



(a) Combien l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser un bénéfice positif ? *Utiliser le graphique*.
(b) Que penser de l'affirmation « il est préférable pour l'entreprise de fabriquer 400 objets plutôt que 450 objets » ?

Exercice 2

Voici le tableau de variation d'une fonction f.

t	-6		-2		4		6
$f(t)$	10	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4

(a) Ecrire un encadrement par deux nombres entiers consécutifs de l'image de 0.
(b) Quel est le nombre d'antécédents de -1 par f ?
(c) Quel est le nombre d'antécédents de 0 par f ?

Exercice 3

h est la fonction définie sur $[0; 4]$ par $h(x) = -x^2 + 4x + 2$.

(a) Vérifier que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 4]$, $h(x) = -(x-2)^2 + 6$
(b) Déterminer alors le signe de $h(x) - h(2)$ sur l'intervalle $[0; 4]$
(c) En déduire le maximum ou le minimum de la fonction h et préciser en quelle valeur il est atteint.

Chapitre 4 Généralités sur les vecteurs

Exercice 1

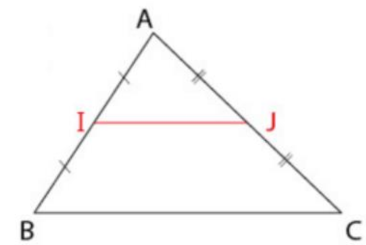
Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(0;5)$, $B(-2;1)$ et $C(5;4)$.

(a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

(b) Déterminer les coordonnées du point *D* tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

(c) Calculer les coordonnées du centre de ce parallélogramme.

Exercice 2

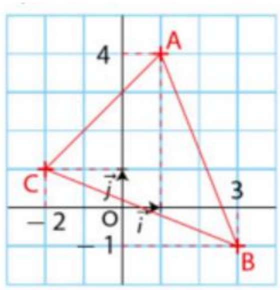


ABC est un triangle. *I* et *J* sont les milieux respectifs des côtés [*AB*] et [*AC*].

(a) Compléter les deux égalités :$\overrightarrow{AI} = \cdots\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \cdots\overrightarrow{AC}$.

(b) Démontrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 3



Voici trois points *A*, *B*, *C*.

(a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

(b) Démontrer que le triangle *ABC* est isocèle en *B*.

Exercice 4

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(2;3)$, $B(5;7)$ et $C(-7;-9)$.

Les points *A*, *B*, *C* sont-ils alignés ?

Chapitre 5 Vecteurs et droites

Exercice 1

Dans chaque cas, déterminer un vecteur directeur et les coordonnées d'un point de la droite d'équation donnée.

$d_1 : 3x - 5y + 2 = 0$ $\qquad$ $d_2 : -x + 4y + 3 = 0$

$d_3 : -2x + 1 = 0$ $\qquad$ $d_4 : \dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}y - 2 = 0$

Exercice 2

d est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(1\,;3)$ et qui passe par le point $A(-2\,;4)$.

a. Déterminer une équation cartésienne de d.
b. Le point $B(5\,;5)$ appartient-il à d ?

Exercice 3

a. Déterminer une équation cartésienne de la droite qui passe par les points $A(2\,;4)$ et $B(-1\,;3)$.
b. Le point $C(10\,;7)$ appartient-il à la droite (AB) ?

Exercice 4

Dans chaque cas, tracer la droite d dont une équation cartésienne est donnée.

a. $d_1 : -x + 3y + 1 = 0$
b. $d_2 : -x + 3 = 0$

Chapitre 6 Probabilités

Exercice 1

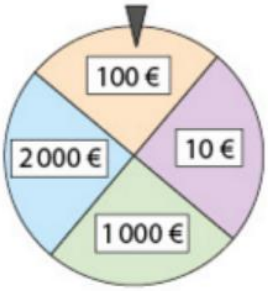
Les employés d'un club de basketball local se répartissent comme suit :

	Joueur	Agent technique	Autre
Homme	47	18	37
Femme	25	11	12

On choisit l'un des employés au hasard.
Soit *A* l'événement « l'employé choisi est une femme ».
Soit *B* l'événement « l'employé choisi n'est pas un joueur ».
Trouver et interpréter chaque probabilité.

(a) $P(A)$ (b) $P(A \cap \bar{B})$ (c) $P(A \cup B)$

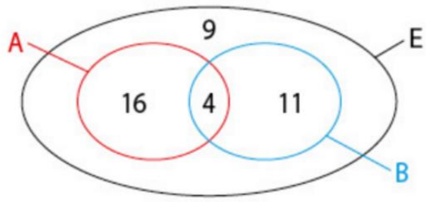
Exercice 2



Deux candidats d'un jeu télévisé doivent, l'un après l'autre, faire tourner la roue ci-contre.
La roue est bien équilibrée et tous les secteurs sont superposables.

(a) Représenter la situation par un arbre
(b) Déterminer la probabilité que le premier candidat ait moins gagné que le second.

Exercice 3



Le diagramme ci-contre présente le nombre de voitures d'un garage selon le type de moteur.
A (respectivement *B*) est l'ensemble des voitures pouvant fonctionner à l'électricité (respectivement l'essence).

(a) Recopier et compléter le tableau croisé par les effectifs qui conviennent :

	A	$\bar{A}$
B	…	…
$\bar{B}$	…	…

(b) On choisit au hasard la fiche d'une voiture de ce garage et on considère les événements :
- *H* : « la voiture est hybride (électricité et essence) »
- *I* : « la voiture est électrique (sans être hybride) »

Déterminer le nombre d'issues réalisant chaque événement :

H ; I ; $A \cup B$; $\bar{H}$; $\bar{I}$; $A \cap \bar{B}$

Chapitre 7 Pourcentages et statistiques

Exercice 1

Dans la chorale d'adultes Arpège, on compte 64% de femmes et 35% d'entre elles sont des sopranos.
Un quart des hommes sont des ténors.
Calculer la proportion en pourcentage des :

(a) Femmes sopranos
(b) Hommes ténors
(c) Hommes autres que ténors

Exercice 2

Simon s'est équipé pour son sport favori.

(a) Une raquette a un prix initial de 130€ et subit une réduction de 20%.
Quel est son nouveau prix ?
(b) Des baskets sont affichées à 68€ après un rabais de 20%.
Quel était leur prix initial ?
(c) Une casquette est passée de 28€ à 26,60€.
Quel est le taux de réduction ?

Exercice 3

Dans chaque cas, donner sous forme de pourcentage le taux global d'évolution équivalent aux évolutions successives indiquées. *Arrondir au centième si besoin.*

(a) Trois hausses successives de 2%
(b) Trois baisses successives de 30%

Exercice 4

Un pull rétrécit de 1% à chaque séchage en machine. Après trois séchages, la longueur des manches est de 59,4 centimètres.
Quelle était cette longueur, en centimètre, avant les trois séchages ? *Arrondir au dixième*.

Exercice 5

Une entreprise a effectué une étude sur la durée de réalisation d'un projet par ses employés.

(a) Déterminer la moyenne m et l'écart-type s de cette série. *Arrondir au centième.*
(b) Déterminer l'intervalle $[m-2s; m+2s]$ et calculer la proportion en pourcentage de projets dont la durée de réalisation est dans cet intervalle. *Arrondir au dixième*.

Nombre de jours	Nombre de projets
15	3
17	12
20	30
22	61
23	76
25	95
28	81
29	63
32	35
33	10
35	5

Correction des exercices de préparation de la 2nde vers la 1ère spécialité Mathématiques

Chapitre 1 Calcul littéral

Correction exercice 1

$A = -16x + 72$ $\quad B = x^2 - x - 6$ $\quad C = -12x^2 + 31x - 7$ $\quad D = 15x^2 - 11x + 2$

Correction exercice 2

$A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$

$A = x^2 + 8x + 16$

$B = 4x^2 - 16x + 16$ $\quad C = x^2 - 20x + 100$ $\quad D = 4x^2 - 40x + 100$

$E = 100x^2 + 40x + 4$ $\quad F = 100x^2 - 4$

Correction exercice 3

$A = 7 \times 4x - 7 \times 3$

$A = 7(4x - 3)$

$B = 2x(-2x + 9)$

$C = (x - 1)(x + 2)$

$D = (x + 3)(-x + 4)$

Correction exercice 4

a. Pour tout réel x : $-6x - 9 = \mathbf{-3} \times 2x + (\mathbf{-3}) \times 3$
   Donc pour tout réel x : $-6x - 9 = -3(2x + 3)$

b. Pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = (\mathbf{2x + 3}) \times (2x + 3) - 3(\mathbf{2x + 3})$
   Donc pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = (2x + 3)[(2x + 3) - 3]$
   Enfin, pour tout réel x : $(2x + 3)^2 + (-6x - 9) = 2x(2x + 3)$

Correction exercice 5

$A = (y - 5)^2$ $\quad B = (y + 5)^2$ $\quad C = (y - 7)(y + 7)$

$D = (2x - 6)(2x + 6)$ $\quad E = (6x - 1)^2$ $\quad F = 5(4 - x^2) = 5(2 - x)(2 + x)$

Correction exercice 6

$$A = \frac{4 \times 3}{x \times 3} + \frac{2x + 1}{3x} = \frac{2x + 13}{3x}$$

$$B = \frac{9x^2 - 2x - 1}{3x}$$

Chapitre 2 Equation, inéquation

Correction exercice 1

$a. S = \{-3\ ;\ -2\}$
$b. S = \{-4\ ;\ 4\}$
$c. S = \left\{-\frac{3}{2}\ ;\frac{3}{2}\right\}$
$d. S = \{-1; 0; 0{,}5\}$

Correction exercice 2

1. *a.* Pour tout nombre réel x : $f(x) = x^2 - 10x + 25 - 36 = x^2 - 10x - 11$
   b. Pour tout nombre réel x :
   $$(x-11)(x+1) = x^2 - 11x + x - 11 = x^2 - 10x - 11 = f(x)$$
   d'après la question précédente.
2. *a.* Avec la forme (3) $\quad S = \{11\ ;-1\}$
   b. Avec la forme (1), l'équation est équivalente à $(x-5)^2 = 0 \quad S = \{5\}$
   c. Avec la forme (2), l'équation est équivalente à $x(x-10) = 0 \quad S = \{0\ ;10\}$

Correction exercice 3

a.

x	$-\infty$		1		$5/2$		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x+1$		$+$	0	$-$		$-$	
$(2x-5)(-x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

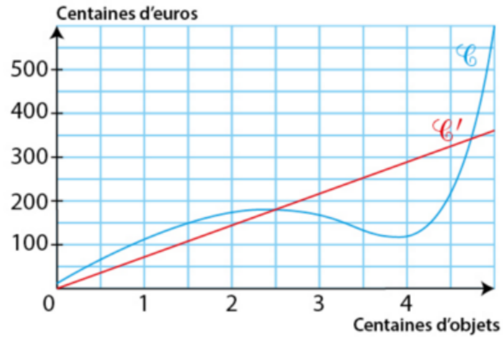
b. $(2x-5)(-x+1) \geq 0$ et $S = [1\ ; 2{,}5]$

Chapitre 3 Généralités sur les fonctions

Correction exercice 1

Une entreprise fabrique chaque jour des objets. Dans le repère ci-contre, on a modélisé la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction coût total de production C et celle $\mathcal{C}'$ de la fonction recette R.

On rappelle que la fonction bénéfice notée B *associe à chaque centaine d'objets la différence entre la recette et le coût de production correspondants.*



(a) Le bénéfice est positif sur les intervalles pour lesquels $R(x) > C(x)$ c'est-à-dire lorsque $x \in [2{,}5; 4{,}75]$ donc l'entreprise doit vendre entre 250 et 475 (environ) objets.

(b) L'affirmation est vraie. En effet, la différence $B(x) - C(x)$ est plus importante lorsque $x = 400$.

Correction exercice 2

Voici le tableau de variation d'une fonction *f*.

t	-6		-2		4		6
$f(t)$	10	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4

(a) La fonction est croissante sur $[-2; 4]$ et $0 \in [-2; 4]$ donc $f(0) \in [f(-2); f(4)]$ soit $f(0) \in [-1; 0]$

(b) Le nombre -1 admet deux antécédents : le nombre -2 et un antécédent compris entre 4 et 6.

(c) Le nombre 0 admet deux antécédents : un antécédent compris entre -6 et -2 et le nombre 4.

Correction exercice 3

h est la fonction définie sur $[0; 4]$ par $h(x) = -x^2 + 4x + 2$.

(a) Pour tout réel *x* de l'intervalle $[0; 4]$, $-(x-2)^2 + 6 = -x^2 + 4x - 4 + 6 = -x^2 + 4x + 2 = h(x)$

(b) On a $h(2) = 6$ donc pour tout réel *x* de l'intervalle $[0; 4]$, on a $h(x) - h(2) = -(x-2)^2 + 6 - 6 = -(x-2)^2$. Or $(x-2)^2 \geq 0$ donc $h(x) - h(2) \leq 0$.

(c) Pour tout $x \in [0; 4]$, $h(x) - h(2) \leq 0$ donc $h(x) \leq h(2)$. La fonction *h* admet donc un maximum atteint pour $x = 2$ et sa valeur est $h(2) = 6$.

Chapitre 4 Généralités sur les vecteurs

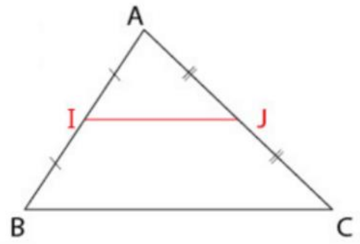
Correction exercice 1

(a) Pour aller de *A* vers *B*, on effectue une translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, c'est-à-dire de -2 unités selon l'axe des abscisses et de -4 unités selon l'axe des ordonnées. On a donc $\overrightarrow{AB}(-2-0;1-5)$ soit $\overrightarrow{AB}(-2;-4)$.

(b) *ABCD* soit un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ soit $5-x_D=-2$ et $4-y_D=-4$ soit $x_D=7$ et $y_D=8$. Finalement, $D(7;8)$.

(c) Soit *I* le centre de ce parallélogramme. C'est le milieu de ses diagonales. Les diagonales [*AC*] et [*BD*] ont le même milieu donc *I* est en particulier le milieu de [*AC*] et $I\left(\frac{0+5}{2};\frac{5+4}{2}\right)$ soit $I\left(\frac{5}{2};\frac{9}{2}\right)$.

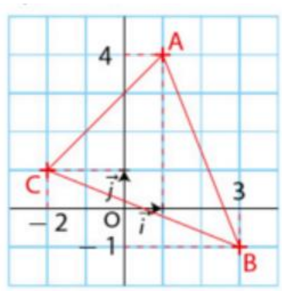
Correction exercice 2



(a) On a $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

(b) D'après la relation de Chasles, on a :
$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Correction exercice 3



(a) On a $A(1;4)$, $B(3;-1)$ et $C(-2;1)$ donc $\overrightarrow{AB}(2;-5)$ et $\overrightarrow{BC}(-5;2)$.

(b) On a $\|\overrightarrow{AB}\|=\sqrt{2^2+(-5)^2}=\sqrt{29}$ et $\|\overrightarrow{BC}\|=\sqrt{(-5)^2+2^2}=\sqrt{29}$ donc $AB=BC$ donc le triangle *ABC* est isocèle en *B*.

Correction exercice 4

On a $\overrightarrow{\mathrm{AB}}(3;4)$ et $\overrightarrow{AC}(-9;-12)$. On constate que $\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AB}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, les points *A*, *B* et *C* sont donc alignés.

Chapitre 5 Vecteurs et droites

Correction exercice 1

Pour d_1 : $\vec{u}(5\,;3)$ est un vecteur directeur de d_1.
Pour $x = 0$, l'équation devient $3 \times 0 - 5y + 2 = 0$. On en déduit que $y = 2/5$.
Le point de coordonnées $(0\,;2/5)$ appartient à la droite d_1.

Pour d_2 : $\vec{u}(-4\,;-1)$ est un vecteur directeur de d_2 et $(-1\,;-1) \in d_2$.
Pour d_3 : $\vec{u}(0\,;-2)$ est un vecteur directeur de d_3 et $(0{,}5\,;7) \in d_3$.
Pour d_4 : $\vec{u}(-3/2\,;1/2)$ est un vecteur directeur de d_4 et $(1\,;1) \in d_4$.

Correction exercice 2

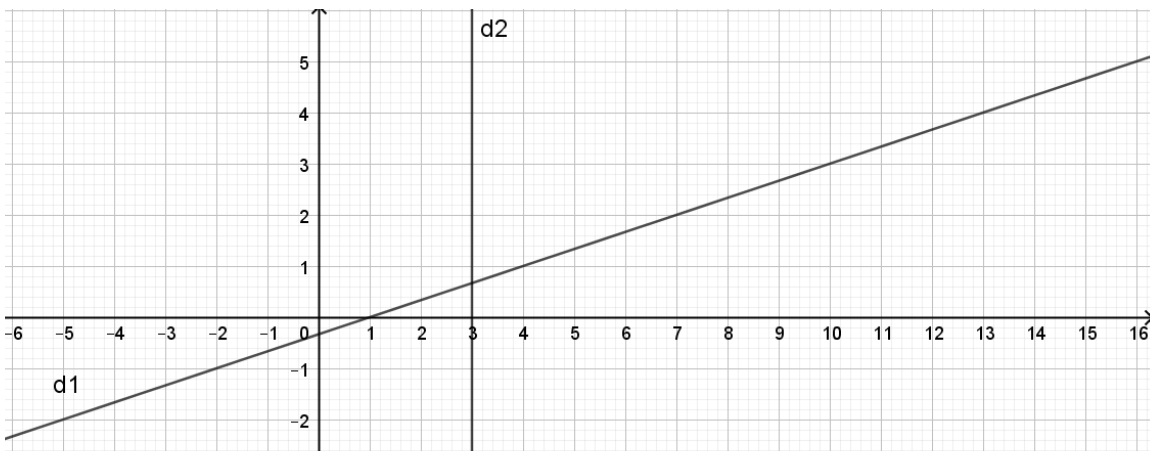
a. Comme $\vec{u}(1\,;3)$ est un vecteur directeur de d, alors d admet une équation cartésienne de la forme : $3x - y + c = 0$
De plus, $A(-2\,;4) \in d \Leftrightarrow 3x_A - y_A + c = 0$
$\Leftrightarrow c = 10$
$d : 3x - y + 10 = 0$

b. $3 \times 5 - 5 + 10 \neq 0$, alors B n'appartient pas à d.

Correction exercice 3

a. $\overrightarrow{AB}(-3;-1)$ est un vecteur directeur de (AB), alors (AB) admet une équation cartésienne de la forme $-x + 3y + c = 0$.
Comme $A \in (AB)$, on en déduit que $c = -10$.
$$(AB) : -x + 3y - 10 = 0$$
b. $-10 + 3 \times 7 - 10 \neq 0$, alors C n'appartient pas à (AB).

Correction exercice 4



Chapitre 6 Probabilités

Correction exercice 1

(a) $P(A) = \frac{25+11+12}{150} = \frac{48}{150} = \frac{8}{25}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme est $\frac{8}{25}$.

(b) $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \overline{\mathrm{B}}) = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme joueuse est $\frac{1}{6}$.

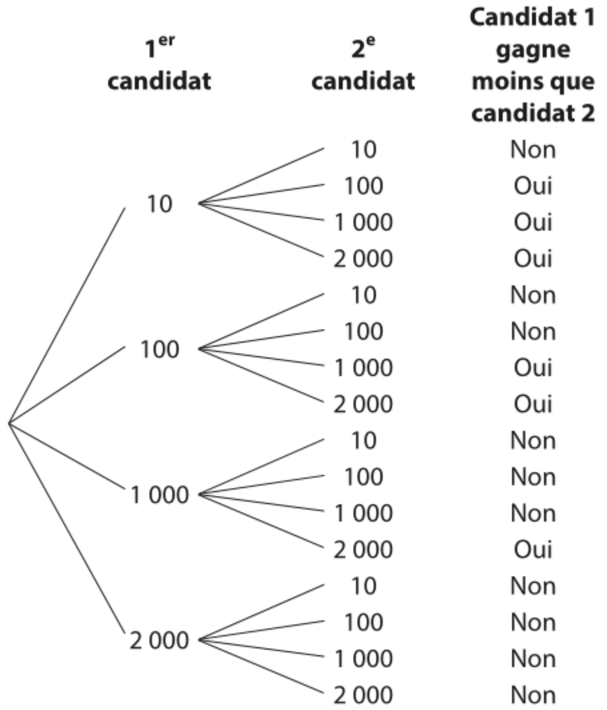
(c) $P(A \cup B) = \frac{150-47}{150} = \frac{103}{150}$.

La probabilité que l'employé choisi soit une femme ou ne soit pas un joueur (tout sauf un homme joueur) est $\frac{103}{150}$.

Correction exercice 2

(a) Arbre ci-contre.

(b) La probabilité que le premier candidat ait moins gagné que le second est de $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$



Correction exercice 3

(a) Tableau croisé complété :

	A	$\bar{A}$
B	4	11
$\bar{B}$	16	9

(b) Nombre d'issues réalisant H : 4

Nombre d'issues réalisant I : 16

Nombre d'issues réalisant $A \cup B$: 31

Nombre d'issues réalisant $\bar{H}$: 36

Nombre d'issues réalisant $\bar{I}$: 24

Nombre d'issues réalisant $A \cap \bar{B}$: 16

Chapitre 7 Pourcentages et statistiques

Correction exercice 1

(a) La proportion de femmes sopranos est de $0{,}64 * 0{,}35 = 0{,}224 = 22{,}4\ \%$

(b) Il y a 64% de femmes donc 36% d'hommes.
La proportion d'hommes ténors est de $0{,}36 * 0{,}25 = 0{,}09 = 9\%$

(c) 25% des hommes sont ténors donc 75% ne sont pas ténors.
La proportion d'hommes autres que ténors est de $0{,}36 * 0{,}75 = 0{,}27$.

Correction exercice 2

(a) La réduction de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de $1 - 0{,}2 = 0{,}8$
130 € × 0,8 = 104 €
Le nouveau prix est 104 €.

(b) Soit p le prix des baskets avant réduction. On a $0{,}8p = 68€$ soit $p = \frac{68€}{0{,}8} = 85€$.

(c) La variation est de $26{,}6€ - 28€ = -1{,}4€$ soit un taux de $\frac{-1{,}4€}{28€} = -0{,}05 = -5\%$ (5% de réduction).

Correction exercice 3

(a) Chaque hausse de 2% correspond à une multiplication par $1 + 2\% = 1{,}02$ donc le coefficient multiplicateur global est de $1{,}02^3 = 1{,}061208$.
C'est donc une évolution globale de $1{,}061208 - 1 = 6{,}1208\%$ (environ 6,12% d'augmentation).

(b) Chaque baisse de 30% correspond à une multiplication par $1 - 30\% = 0{,}7$ donc le coefficient multiplicateur global est de $0{,}7^3 = 0{,}343$.
C'est donc une évolution de globale de $0{,}343 - 1 = -65{,}7\%$ (65,7% de diminution).

Correction exercice 4

Notons l la longueur des manches avant les séchages.
A chaque séchage, la longueur est multipliée par $1 - 1\% = 0{,}99$ donc le taux d'évolution global correspondant à 3 séchages est $0{,}99^3$.
On a donc $0{,}99^3 * l = 59{,}4$ cm soit $l = \frac{59{,}4 \text{ cm}}{0{,}99^3} \approx 61{,}2$ cm.

Correction exercice 5

Nombre de jours	Nombre de projets
15	3
17	12
20	30
22	61
23	76
25	95
28	81
29	63
32	35
33	10
35	5

(a) A l'aide de la calculatrice ou en utilisant la définition, on trouve $m \approx 25{,}55$ j et $s \approx 3{,}89$ j.

(b) En utilisant les valeurs précédentes, on trouve $m - 2s \approx 17{,}77$ j et $m + 2s \approx 33{,}33$ j. Il y a 451 projets dont la durée est comprise entre 18 jours (inclus) et 33 jours (inclus) dont la proportion de projets appartenant à $[m - 2s; m + 2s]$ est de $\frac{451}{471} \approx 0{,}958$ soit environ 95,8%.