

# T<sup>e</sup> Mathématiques

## Révisions pour les élèves ayant choisi la spécialité Mathématiques

Facultatif – Les professeurs répondront aux questions éventuelles à la rentrée

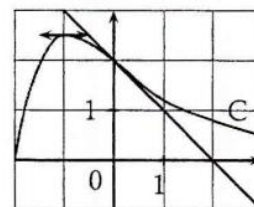
### Partie A : Fonctions

#### Exercice 1 :

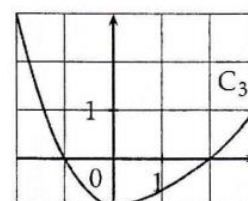
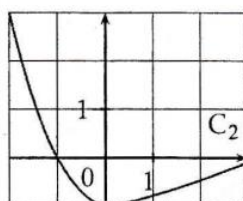
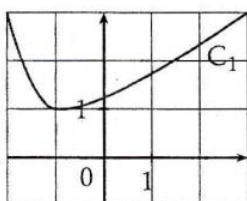
- On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-3x+4}$ .
  - Déterminer une expression de la dérivée de  $f$ .
  - Etudier le signe de  $f'(x)$ .
  - Etudier les variations de  $f$ .
- Etudier les variations de la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -7e^{-x}$ .
- Etudier les variations de la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = e^{3x} - 3x$ .

#### Exercice 2 :

$f$  est une fonction dérivable sur  $[-2; 3]$ . On a tracé dans un repère la courbe représentative  $C$  de  $f$  et les tangentes à  $C$  aux points d'abscisses -1 et 0.



Parmi les courbes ci-dessous, quelle est celle qui représente  $f'$  la fonction dérivée de  $f$  ? Justifier votre réponse.



#### Exercice 3 :

Une entreprise produit des pièces pour l'industrie automobile. Le coût total de fabrication journalier en euros est donné par la fonction  $C$  définie par :

$$C(x) = 2x^2 - 60x + 800, \text{ où } x \text{ désigne le nombre de pièces produites quotidiennement.}$$

L'entreprise ne peut fabriquer plus de 90 pièces par jour.

- Sur quel intervalle  $I$  la fonction  $C$  est-elle définie ?
- Déterminer la quantité de pièces à produire pour que le coût de fabrication soit de 478 euros.
- On suppose que chaque pièce est vendue 40 euros.
  - Justifier que le bénéfice réalisé est donné par l'expression :
$$B(x) = -2x^2 + 100x - 800.$$
  - Pour quelle quantité produite l'entreprise réalise-t-elle un profit ?
- Le coût moyen est le coût de fabrication d'une pièce. On le note  $C_M$ .

$$\text{On a donc : } C_M(x) = \frac{C(x)}{x}.$$

- Etudier les variations de  $C_M$  sur  $[0; 90]$ .
- Donner le coût moyen minimal et la quantité correspondante.

#### Exercice 4

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-4; 4]$  par  $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$ .

- Etablir le tableau de variation de  $f$  sur  $[-4; 4]$ .

2. Donner, s'ils existent, le maximum et le minimum de  $f$  sur  $[-4; 4]$ .
3. Donner un encadrement de  $f(x)$  pour  $x$  appartenant à l'intervalle  $[0; 4]$ .

## **Partie B : Suites – Probabilités**

### **Exercice 5**

La suite  $u$  est définie par  $u_0 = 7$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = 0,4u_n + 1,2$ .

1. a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
b) La suite  $u$  est-elle arithmétique ? Géométrique ?
2. On considère la suite  $v$  telle que pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = u_n - 2$ .  
a) Montrer que la suite  $v$  est une suite géométrique. Préciser la raison et le premier terme.  
b) Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$ .  
c) En déduire l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. On souhaite déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $u_n < 2,001$ .  
a) Compléter les pointillés dans le script ci-contre afin de répondre au problème.  
b) Quelle valeur est alors affichée ?

```

1 u=7
2 n=0
3 while ...
4     n=...
5     u=...
6 print(n)

```

### **Exercice 6 :**

Pour limiter la hausse des températures moyennes de la planète, une diminution des émissions de gaz à effet de serre s'avère nécessaire. Dans ce but, le gouvernement français s'est donné comme objectif de diviser par quatre les émissions de gaz à effet de serre en France de 2006 à 2050. En 2006, les émissions de gaz à effet de serre s'élevaient à 547 millions de tonnes d'équivalent CO<sub>2</sub>.

#### Partie A : Un premier modèle

Dans cette partie, on suppose que les émissions de gaz à effet de serre en France baisseront chaque année de 9,3 millions de tonnes à partir de l'année 2006.

Soit  $n$  un entier naturel, on note  $u_n$  les émissions de gaz à effet de serre en France au cours de l'année 2006 +  $n$ , en millions de tonnes d'équivalent CO<sub>2</sub>. Ainsi  $u_0 = 547$ .

1. Exprimer  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ . Déduisez-en la nature de la suite  $(u_n)$  ainsi que ses éléments caractéristiques. En déduire une expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .
2. Déterminez, selon ce modèle, à partir de quelle année les émissions de gaz à effet de serre en France seront divisés par quatre par rapport à l'année 2006.
3. Déterminez, selon ce modèle, le cumul de toutes les émissions de gaz à effet de serre en France entre 2006 et 2050.

#### Partie B : Un second modèle

Dans cette partie, on suppose que le taux d'évolution annuel sera constant et que les émissions de gaz à effet de serre en France diminueront de 3,1% par an à partir de l'année 2006.

Soit  $n$  un entier naturel, on note  $v_n$  les émissions de gaz à effet de serre en France au cours de l'année 2006 +  $n$ , en millions de tonnes d'équivalents CO<sub>2</sub>. Ainsi,  $v_0 = 547$ .

1. Exprimez  $v_{n+1}$  en fonction de  $v_n$ . Déduisez-en la nature de la suite  $(v_n)$  ainsi que ses éléments caractéristiques. En déduire une expression de  $v_n$  en fonction de  $n$ .
2. Extraire de la calculatrice, selon ce modèle, à partir de quelle année les émissions de gaz à effet de serre en France seront divisés par quatre par rapport à l'année 2006.
3. Déterminez, selon ce modèle, le cumul de toutes les émissions de gaz à effet de serre en France entre 2006 et 2050. Quel modèle vous semble préférable ?

### **Exercice 7**

Dans un lycée, 60% des élèves ont une calculatrice graphique dont 80% sont de marque A. On emprunte la calculatrice d'un élève au hasard et on considère les événements suivants :

- G : « Sa calculatrice est graphique. »

- A : « Sa calculatrice est de marque A »

Quelle est la probabilité que ce soit une calculatrice graphique de marque A ?

### Exercice 8

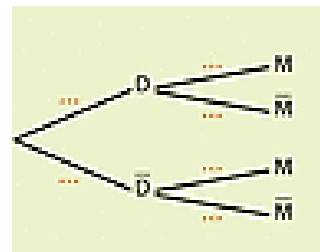
Lorsque le basketteur Stephen Curry tire en match, il y a 53% de chance que ce soit un tir à 2 points et 47% que ce soit un tir à 3 points.

De plus, quand il tire à 2 points, son pourcentage de réussite est 51,5% contre 43,5% à 3 points.

Lorsque Curry tire en match, on considère les événements :

$D$ : "Il tire à 2 points" et  $M$ : "Il marque"

Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre puis calculer  $P(M)$ .



### Exercice 9

On lance successivement une pièce équilibrée 5 fois. On note  $X$  la variable aléatoire donnant le nombre de Pile obtenu sur les cinq lancers.

1. Décrire par une phrase les événements : «  $X = 4$  » et «  $X \geq 3$  ».
2. Que signifie  $P(X = 0) = 0,03125$  ?
3. Sachant que  $P(X = 0) = 0,03125$  et  $P(X = 1) = 0,15625$ , calculer  $P(X \leq 1)$ .
4. Comment peut-on noter la probabilité de faire au moins quatre Pile sur les cinq lancers ?

## Partie C : Produit scalaire et équations de droites

### Exercice 10

On considère les points  $A(-2; 1)$ ,  $B(-3; 2)$  et  $C(0; 3)$  dans un repère orthonormé.

- a) Montrer que les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  sont orthogonaux.
- b) Que peut-on en déduire pour les droites  $(AB)$  et  $(AC)$  ?

**Exercice 11** : Dans un repère du plan, on donne  $A(1; 2)$  et  $B(3; -2)$ .

Soit  $d$  la droite d'équation cartésienne :  $3x + 2y - 9 = 0$ .

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$ .
2. Les droites  $d$  et  $(AB)$  sont-elles parallèles ? Justifier.
3. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des droites  $d$  et  $(AB)$ .
4. Tracer ces deux droites et contrôler le résultat de la question précédente.

### Exercice 12 :

Soit  $m$  un réel et soit  $d_m$  la droite d'équation :

$$(m + 1)x - my + 2 = 0$$

1. Pour quelle valeur de  $m$  la droite  $d_m$  passe-t-elle par le point  $A(3; 4)$  ?
2. Pour quelle valeur de  $m$  le vecteur  $\vec{u}(-2; 1)$  est-il un vecteur directeur de la droite  $d_m$  ?
3. Pour quelle valeur de  $m$  la droite  $d_m$  est-elle parallèle à la droite  $d'$  d'équation :  
 $-2x + 3y + 1 = 0$  ?

**Exercice 13** : Indiquer dans chaque cas si les affirmations sont vraies ou fausses. Justifier.

1. Le point  $A(-4; 5)$  appartient à la droite d'équation :  $-4x + 5y - 2 = 0$ .
2.  $\vec{w}(-1; -4)$  est un vecteur directeur de la droite d'équation  $4x - y + 5 = 0$ .
3. On donne  $A(-2; 3)$ ,  $B(4; 7)$  et  $C(2; 3)$ .

Une équation cartésienne de la droite parallèle à  $(BC)$  passant par  $A$  est :  $2x - y + 7 = 0$ .

## Corrections des exercices

### Exercice 1 : (correction livre MAGNARD)

1. a)  $f(x)$  est de la forme  $f(x) = e^{ax+b}$   
donc  $f'(x) = a \times e^{ax+b} = a \times e^{ax+b} = -3e^{-3x+4}$ . 1

b) Pour tout réel  $x$ ,  $e^{-3x+4} > 0$   
donc  $f'(x) = -3e^{-3x+4} < 0$ .

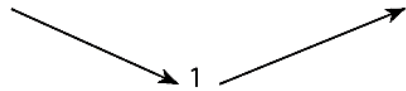
c) On déduit de la question précédente  
que  $f$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$ . 3

2.  $g'(x) = -7 \times (-1) \times e^{-x} = 7e^{-x}$   
 $e^{-x} > 0$  pour  $x \in \mathbb{R}$  donc  $g'(x) > 0$  et  
 $g$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ . 3

3.  $h'(x) = 3 \times e^{3x} - 3 \times 1 = 3e^{3x} - 3$   
 $h'(x) > 0 \Leftrightarrow 3e^{3x} - 3 > 0 \Leftrightarrow 3e^{3x} > 3 \Leftrightarrow e^{3x} > e^0$   
 $\Leftrightarrow 3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$   
 $h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3e^{3x} - 3 = 0 \Leftrightarrow 3e^{3x} = 3 \Leftrightarrow e^{3x} = e^0$   
 $\Leftrightarrow 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ .

1 On reconnaît une expression de la forme  $f(x) = e^{u(x)}$  où  $u$  est une fonction affine, ce qui permet de déterminer une expression de la dérivée.

3 C'est le signe de la dérivée qui donne le sens de variation des fonctions.

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
Signe de $h'(x)$	-	0	+
Variations de $h$			

On en déduit le tableau de signes suivant pour  $h'(x)$  et les variations de  $h$ .

On complète le tableau avec  $h(0) = e^{3 \times 0} - 3 \times 0 = e^0 = 1$ .

### Exercice 2 :

D'après la courbe donnée, on sait que  $f'(-1) = 0$  (*tangente horizontale*). Or, pour la courbe  $C_1$ , la fonction vérifie  $f'(-1) = 1$ . On élimine ainsi  $C_1$ .

La fonction  $f$  est décroissante sur  $[-1; 3]$ , donc sa dérivée est négative sur  $[-1; 3]$ . Or la fonction représentée par  $C_3$  est positive sur  $[2; 3]$ . Donc on élimine  $C_3$ .

Conclusion :  $C_2$  représente  $f'$ .

### Exercice 3 :

1. La fonction  $C$  est définie sur  $[0; 90]$ .
2. Cela revient à résoudre l'équation  $2x^2 - 60x + 800 = 478$ , soit  $2x^2 - 60x + 322 = 0$ .

$\Delta = 1024$   $x_1 = 7$  et  $x_2 = 23$  (formules du cours). Il faut donc produire 7 ou 23 pièces.

3. On suppose que chaque pièce est vendue 40 euros.
  - a) La recette est donnée par  $R(x) = 40x$ . Le bénéfice est :  $B(x) = R(x) - C(x)$

$$B(x) = 40x - (2x^2 - 60x + 800) = -2x^2 + 100x - 800$$

- b) Cela revient à résoudre l'inéquation  $B(x) > 0$ .  $\Delta = 3600$   $x_1 = 10$   $x_2 = 40$

$x$	0	10	40	90
$B(x)$	-	0	+	0

L'entreprise réalise un profit lorsqu'elle vend entre 10 et 40 pièces.

4. a) Pour tout réel  $x$  appartenant à  $]0; 90]$ ,  $C_M(x) = \frac{2x^2 - 60x + 800}{x} = 2x - 60 + \frac{800}{x}$

$C_M$  est dérivable sur  $]0; 90]$  et  $C'_M(x) = 2 - \frac{800}{x^2} = \frac{2x^2 - 800}{x^2} = \frac{2(x^2 - 400)}{x^2} = \frac{2(x-20)(x+20)}{x^2}$

$C'_M(x)$  a le même signe que son numérateur car pour tout  $x \in ]0; 90]$ ,  $x^2 > 0$ .

Les racines du numérateur sont  $-20$  (ne convient pas) et  $20$  et le signe du numérateur est celui de  $2$  à l'extérieur des racines :

$x$	0	20	90	
$C'_M(x)$		-	0	+

La fonction  $C_M$  est décroissante sur  $]0; 20]$  et croissante sur  $[20; 90]$ .

b)  $C_M(20) = 20$ . Le coût moyen minimal est de 20 euros pour 20 pièces fabriquées.

#### Exercice 4 :

1.  $f$  est dérivable sur  $[-4; 4]$  car fonction rationnelle définie sur  $[-4; 4]$ . Pour tout réel  $x$

$$\text{appartenant à } [-4; 4], f'(x) = \frac{1(x^2+4) - x(2x)}{(x^2+4)^2} = \frac{-x^2+4}{(x^2+4)^2} = \frac{(2-x)(2+x)}{(x^2+4)^2}.$$

Le dénominateur est un carré donc positif alors la dérivée est du signe de  $(2-x)(2+x)$  sur  $[-4; 4]$ .

$x$	-4	-2	2	4			
$f'(x)$	-	0	+	0	-		
$f$	$\frac{-1}{5}$	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	$\frac{1}{5}$

2. Le maximum de  $f$  sur  $[-4; 4]$  est  $\frac{1}{4}$  ; Le minimum de  $f$  sur  $[-4; 4]$  est  $-\frac{1}{4}$ .

3.  $f(0) = 0$ . Sur  $[0; 4]$ , le maximum est  $\frac{1}{4}$  et le minimum est 0.

Donc, pour  $x \in [0; 4]$ ,  $f(x) \in [0; \frac{1}{4}]$ .

#### Exercice 5 :

1. a)  $u_1 = 0,4 \times 7 + 1,2 = 4$  et  $u_2 = 0,4 u_1 + 1,2 = 2,8$

b)  $u_1 - u_0 = -3$  et  $u_2 - u_1 = -1,2$ . Donc  $u_2 - u_1 \neq u_1 - u_0$  et la suite n'est pas arithmétique.

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{4}{7}$  et  $\frac{u_2}{u_1} = 0,7$ . La suite  $u$  n'est donc pas géométrique.

2. a) Pour tout  $n$  entier naturel,  $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = 0,4u_n + 1,2 - 2 = 0,4u_n - 0,8$ .

Finalement, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_{n+1} = 0,4(u_n - 2) = 0,4v_n$ .

La suite  $v$  est géométrique de raison  $0,4$  et de premier terme  $v_0 = 7 - 2 = 5$ .

b) Pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = 5 \times 0,4^n$ .

c) Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = v_n + 2 = 5 \times 0,4^n + 2$ .

3. On souhaite déterminer le plus petit entier naturel  $n$  tel que  $u_n < 2,001$

- a) Voici deux solutions possibles :
- b) La valeur affichée à l'exécution du programme est 10.

```

1 u=7
2 n=0
3 while u>=2.001:
4     n=n+1
5     u=0.4*u+1.2
6 print(n)
    
```

```

1 u=7
2 n=0
3 while u>=2.001:
4     n=n+1
5     u=5*0.4**n+2
6 print(n)
    
```

### Exercice 6 :

#### Partie A :

- Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n - 9,3$ . La suite est donc arithmétique de premier terme  $u_0 = 547$  et de raison  $-9,3$ . Ainsi, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = 547 - 9,3n$ .
- Cela revient à résoudre :  $u_n \leq \frac{547}{4}$ , soit :  $547 - 9,3n \leq 136,75 \Leftrightarrow n \geq \frac{136,75-547}{-9,3}$

Or  $\frac{136,75-547}{-9,3} \approx 44,11$ .

Les émissions de gaz à effet de serre en France seront divisées par 4 à partir de 2006+45=2051.

3. Rappel :  $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Le cumul de toutes les émissions de gaz à effet de serre en France entre 2006 et 2050 correspond à :

$$\begin{aligned}
 u_0 + u_1 + \dots + u_{44} &= u_0 + (u_0 - 9,3 \times 1) + (u_0 - 9,3 \times 2) + \dots + (u_0 - 9,3 \times 44) \\
 &= 45u_0 - 9,3 \times (1 + 2 + \dots + 44) = 45 \times 547 - 9,3 \times \frac{44 \times 45}{2} \\
 &= 15408
 \end{aligned}$$

Entre 2006 et 2050, le cumul est égal à 15 408 millions de tonnes d'émissions de gaz à effet de serre.

#### Partie B :

- Pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_{n+1} = v_n \left(1 - \frac{3,1}{100}\right) = 0,969 v_n$ . La suite est géométrique de premier terme  $v_0 = 547$  et de raison  $0,969$ .  
Ainsi pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = 547 \times 0,969^n$ .
- Cela revient à résoudre :  $v_n \leq \frac{547}{4} \Leftrightarrow 0,969^n \leq \frac{1}{4}$ .

A l'aide de la calculatrice, on trouve :  $0,969^{45} < \frac{1}{4} < 0,969^{44}$

Or la suite  $(0,969^n)_n$  est strictement décroissante car  $0 < 0,969 < 1$ .

Les émissions de gaz à effet de serre en France seront donc divisées par 4 à partir de 2006+45=2051.

3. Le cumul de toutes les émissions de gaz à effet de serre en France entre 2006 et 2050 correspond à :  $v_0 + v_1 + \dots + v_{44}$

$$\begin{aligned}
 v_0 + v_1 + \dots + v_{44} &= 547 + 547 \times 0,969^1 + 547 \times 0,969^2 + \dots + 547 \times 0,969^{44} \\
 &= 547 \times (1 + 0,969 + 0,969^2 + \dots + 0,969^{44}) \\
 &= 547 \times \frac{1 - 0,969^{45}}{1 - 0,969} \approx 13\,367,6
 \end{aligned}$$

Entre 2006 et 2050, le cumul est environ égal à 13 367,6 millions de tonnes d'émissions de gaz à effet de serre. Ce modèle est préférable car il permet de limiter les émissions de gaz à effet de serre cumulées entre 2006 et 2050.

### Exercice 7 : (correction livre MAGNARD)

$p(G) = 0,6$  et  $p_G(A) = 0,8$  et on cherche  $p(G \cap A)$  : **1**

$p(G \cap A) = p(G) \times p_G(A) = 0,6 \times 0,8 = 0,48$ . **2**

**1** On traduit l'énoncé en termes de probabilités.

Certains mots peuvent indiquer une probabilité conditionnelle : « parmi », « sachant », « dont », etc.

**2** On applique  $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$  ou  $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ .

**Exercice 8 :** (correction livre MAGNARD)

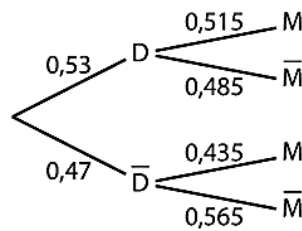
D'après l'énoncé,  $p(D) = 0,53$ ,  $p(\bar{D}) = 0,47$

$p_D(M) = 0,515$  et  $p_{\bar{D}}(M) = 0,435$ .

Les autres probabilités se déduisent par différence avec 1.

Par la formule des probabilités totales :

$$p(M) = p(D) \times p_D(M) + p(\bar{D}) \times p_{\bar{D}}(M) \\ = 0,53 \times 0,515 + 0,47 \times 0,435 = 0,4774. \quad \mathbf{2}$$



**Conseils & Méthodes**

- 1 On associe les probabilités données dans l'énoncé à leur branche de l'arbre puis on déduit celles manquantes.
- 2 On applique la formule des probabilités totales.

**Exercice 9 :** (correction livre MAGNARD)

1.  $\{X = 4\}$  peut être traduit par la phrase « Il y a eu (exactement) quatre Pile sur les cinq lancers » et  $\{X \geq 3\}$  par la phrase « Il y a eu au moins trois Pile sur les cinq lancers ». **1**

2.  $p(X = 0) = 0,03125$  signifie que la probabilité d'obtenir 0 Pile sur les cinq lancers est égale à 0,03125.

3.  $p(X \leq 1)$  est la probabilité de faire au plus un Pile.

$$\text{On a : } p(X \leq 1) = p(X = 0) + p(X = 1) = 0,03125 + 0,15625 \\ = 0,1875. \quad \mathbf{2}$$

4. La probabilité de faire au moins quatre Pile sur les cinq lancers peut être notée  $p(X \geq 4)$ .

**Conseils & Méthodes**

- 1 On met en lien l'énoncé, les valeurs que peut prendre la variable aléatoire et les symboles utilisés ( $=, <, >, \dots$ ) pour traduire par une phrase.
- 2 On additionne les probabilités de faire 0 ou 1 Pile pour obtenir le résultat.

**Exercice 10 :** (correction livre MAGNARD)

On calcule  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  **1**

$$\text{Puis } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (-1) \times 2 + 1 \times 2 = 0 \quad \mathbf{2}$$

Le produit scalaire est nul **3** Donc les vecteurs sont orthogonaux et les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires. **4**

- 1 Calculer les coordonnées des vecteurs.
- 2 Calculer leur produit scalaire.
- 3 Conclure selon si le résultat est nul ou non.
- 4 En déduire la perpendicularité de droites.

**Exercice 11 :**

1. On cherche l'équation cartésienne de la droite (AB) de la forme  $ax + by + c = 0$  dont un vecteur directeur a pour coordonnées  $(-b; a)$ . Or  $\overrightarrow{AB} (2; -4)$  est un vecteur directeur de (AB).

On peut prendre alors  $-b = 2$  et  $a = -4$ , soit  $a = -4$  et  $b = -2$ .

Une équation de (AB) est de la forme  $-4x - 2y + c = 0$ .

Or le point A appartient à (AB). D'où :  $-4 \times 1 - 2 \times 2 + c = 0$ , c'est-à-dire  $c = 8$ .

Une équation cartésienne de (AB) est  $-4x - 2y + 8 = 0$ .

2.  $\overrightarrow{AB} (2; -4)$  est un vecteur directeur de (AB) et  $\vec{u} (-2; 3)$  est un vecteur directeur de (d).

$2 \times 3 - (-2) \times (-4) = -2 \neq 0$ . Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\vec{u}$  ne sont pas colinéaires donc les droites (AB) et (d) ne sont pas parallèles.

3. Cela revient à résoudre le système  $\begin{cases} -4x - 2y + 8 = 0 \\ 3x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$ , c'est-à-dire  $\begin{cases} -4x - 2y = -8 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$

On ajoute membre à membre :  $-x = 1$  soit :  $x = -1$ .

On trouve alors :  $y = \frac{9-3 \times (-1)}{2} = 6$ . Les coordonnées du point d'intersection sont  $(-1; 6)$ .

4. Pour tracer  $(d)$ , on calcule les coordonnées de deux points de la droite :  $(0; 4,5)$  et  $(2; 1,5)$ .

Les deux droites se coupent effectivement en un point de coordonnées  $(-1; 6)$ .



**Exercice 12 :**

1. On cherche  $m$  tel que  $3(m + 1) - 4m + 2 = 0$ . On résout et trouve  $m = 5$ .
2.  $\vec{v}(m; m + 1)$  est un vecteur directeur de  $d_m$ . On cherche  $m$  tel que  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  soient colinéaires.

$$m + 2(m + 1) = 0 \Leftrightarrow 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{2}{3}$$

3.  $\vec{w}(-3; -2)$  est un vecteur directeur de  $(d')$ . On cherche  $m$  tel que  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  soient colinéaires.

$$-2m + 3(m + 1) = 0 \Leftrightarrow -2m + 3m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$$

**Exercice 13 :**

1.  $-4x_A + 5y_A - 2 = 16 + 25 - 2 \neq 0$ , donc  $A$  n'appartient pas à cette droite. **FAUX**.
2.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de cette droite. Or  $\vec{w} = -\vec{u}$ , donc  $\vec{w}$  est un vecteur directeur de cette droite. **VRAI**.
3.  $\vec{BC}(-2; -4)$  est un vecteur directeur de cette droite. Donc :  $-b = -2$  et  $a = -4$ . Une équation de cette droite est donc de la forme :  $-4x + 2y + c = 0$ . Or  $A$  est un point de la droite :  $-4 \times (-2) + 2 \times 3 + c = 0$ , soit  $c = -14$ . Une équation de cette droite est :  $-4x + 2y - 14 = 0$  ou encore en divisant par  $-2$ ,  $2x - y + 7 = 0$ . **VRAI**.

Remarque : Pour déterminer une équation cartésienne d'une droite, on peut utiliser la colinéarité.

Exemple :  $M$  appartient à la droite de vecteur directeur  $\vec{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$  passant par  $A(-2; 3)$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 3 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ sont colinéaires}$$

$$\Leftrightarrow -4(x + 2) - (-2)(y - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x + 2y - 14 = 0$$